إستخدام طريقة العناصر المتناهية الممتدة لنمذجة الصفائح الرقيقة

(موحدة/غير موحدة الخواص)

أ. أبوالقاسم محمد العربي
قسم الهندسة المدنية-كلية الهندسة
جامعة طرابلس

أ. زياد حسن أبومصطفى
قسم الهندسة المدنية-كلية الهندسة
جامعة طرابلس

الملخص:

تعرف البلاطات الإنشائية على أنها عناصر ذات أسطح مستوية وبسمك صغير مقارنة بأبعادها الأخرى. تطبيقات البلاطات واسعة الانتشار في الهندسة الإنشائية وكأمثلة على ذلك نذكر الصهاريج وهياكل الطائرات والغواصات وأسقف المنشآت والحوائط والأساسات الحصيرية. البلاطات يمكن أن تكون موحدة الخواص أو غير موحدة وأحيانا مؤلفة من صفائح مركبة.

انتشر خلال السنوات الأخيرة تحليل الصفائح المركبة المعرضة لأحمال ساكنة أو ديناميكية وتطورت تطبيقات الصفائح المركبة لتشمل البلاطات. هندسيا البلاطات حدودها إما مستقيمة أو منحنية والأحمال الساكنة أو الديناميكية التي تحملها البلاطات غالباً ما تكون عمودية على سطح البلاطة. تصنف البلاطات غالبا من حيث السمك بالبلاطات الرقيقة والبلاطات السميكة. البلاطات الرقيقة مبدئيا عبارة عن عناصر إنشائية مسطحة محاطة بسطحين متوازيين تسمى أوجه والسطح الأسطواني يسمى حافة أو حد. الأسطح الأسطوانية عمودية على السطح المستوى والمسافة بين السطحين المستويين تسمى سمك البلاطة حيث يعتبر سمك البلاطة صغير إذا ما قورن بأبعاد البلاطة مثل الطول والعرض والقطر.....إلخ.

الدراسة الحالية تبحث في سلوك البلاطات رقيقة السمك لكل من البلاطات موحدة الخواص وغير موحدة الخواص تحت تأثير الأحمال الموزعة بانتظام مع اختلاف في حدود البلاطة. طريقة العناصر المحدودة الممتدة ثلاثية الأبعاد– "Three-dimensional extended finite element method" أو ما يعرف ب(X-FEM) باستخدام برنامج -ABAQUSE CAE تم توظيفها لحساب الترخيم والعزوم للبلاطات ذات الحواف المثبتة تثبيت كامل والحواف المثبتة تثبيت مفصلي آخذين في الاعتبار التغير في نسبة بواسن Poisson's ratio وسمك البلاطة. النتائج المتحصل عليها عدديا وضعت في جداول وقورنت بالحلول الصحيحة (التحليلية) حيث وجد توافق كبير بينهما.

الكلمات المفتاحية: البلاطات الرفيعة؛ امتداد العناصر المحدودة؛ موحدة الخواص؛ غير موحدة الخواص؛ ABAQUSE-CAE.

مقدمة:

طريقة العناصر المحدودة الممتدة هي طريقة تستعمل لنمذجة عدم الاستمرارية القوية والضعيفة بمعزل عن شبكة العناصر المحدودة باستخدام مقاطع الوحدة لطريقة العناصر المحدودة [1].

أول محاولة لتطوير طريقة العناصر المحدودة الممتدة كان في سنة 1999 عندما قدم كل من Belytschko و Black (1999) [2] الحد الأدنى لإعادة التشبيك (re-meshing) لطريقة العناصر المحدودة لنمو التشققات. بنبت هذه الفكرة بإضافة وظائف تعزيز غير مستمرة إلى تقريبات طريقة العناصر المحدودة لحساب ما يحدث للتشققات. هذه الطريقة تسمح للتشققات أن تتكون عشوائية (arbitrary) خلال الشبكة بالرغم من أنها تحتاج إلى إعادة تكوين للشبكة لتتوافق مع منحنيات وأشكال تكون التشققات.

في سنة 1999، Moes وآخرون [3] طوروا الطريقة وسموها طريقة العناصر المحدودة الممتدة [XFEM]، هذا التطور سمح بتمثيل مستقل وكامل لكل تشقق على الشبكة معتمداً على تعزيزات تقرب من التناسق بين الشكل الهندسي للشق والشبكة.

في سنة 1999، Dolbow [4] أنجز خطوة كبيرة من خلال أطروحة الدكتوراه في جامعة Northwestern التي كانت بعنوان " طريقة العناصر المحدودة الممتدة مع الميكانيكية التطبيقية للتعزيز غير المستمر" كنتيجة لهذا العمل كان هنالك حل للمرونة ثنائية الأبعاد والبلاطات Mindlin-Reissner من خلال استخدام كل من وظيفة القفز ومجالات النهايات غير الواضحة باستخدام طريقة العناصر المحدودة الممتدة "XFEM". أيضا في سنة 2000، Dolbow وآخرون [5] قدموا نظام للنمدجة العشوائية غير المستمّرة في هيكل العناصر المحدودة من خلال تعزيز موقعي للإزاحة معتمدين على طريقة الوحدة الجزئية خلال التقريب.

أكثر من ذلك، في سنة Sukumar2000 وآخرون [6] استفاضوا في طريقة "XFEM" لنمذجة الشقوق ذات الثلاثة أبعاد وتطرقوا إلى المواضيع الهندسية المرتبطة بهـا مـع تمثيـل الشقوق وتعزيز تقريب العناصر المحدودة.

موضوع آخر درس من قبلDaux وآخرون سنة 2000 [7] كامتدادات لطريقة XFEM الأصلية. حيث ركزت هذه الدراسة على نمذجة الشقوق المقطعية والمتفرعة العشوائية مع فروع متعددة وفجوات متعددة وشقوق نشأت من الفجوات.

طريقة المجاميع المستوية تطورت بشكل تدريجي لتقدم موقع الشـق متضـمناً مواقـع نهايات الشقوق. في سنة Stolarska 2001 وآخرون [8] قدموا طريقة تزاوج طريقة المجاميع المستوية (LSM) مع XFEM لنمذجة نمو الشق. بحلول سنة Belytschko2001 وآخرون[9] قدموا تقنية لنمذجة التقاطعات العشوائية الغير مستمرة في الوظيفة واشـتقاقاتها فـي العناصـر المحدودة، في هذه التقنية، التقريب الغير مستمر حدد بدلالة قيم ووظيفة المسافة الموقعة لـذلك فأن المجاميع المستوية ممكن أن تستعمل لتحديث موقع عدم الاستمرارية. أيضا جهد آخر عمل من قبل Sukumar وآخرون سنة 2001 [10] والذين وصفوا فجوات ومحتويات النمذجة مـن خلال المجاميع المستوية في طريقة العناصر المحدودة الممتدة. في أثناء ذلك سنة Moes 2002 وآخرون [11] وGravouil وآخرون [12] ناقشوا النموذج الميكانيكي وتحديث مجموعة المستويات لنمو الشقوق ذات الثلاثة أبعاد معتمدين على معادلة Hamilton - Jacobi لتحديث المجـاميع المستوية بمعالجة امتداد السرعة للحفاظ على سطح الشقوق القديمة [13] .

مؤخراً ظهرت طريقة العناصر المحدودة الممتدة كإجراء رقمي قوى في تحليل مشـاكل الشقوق، ولقد أقر بشكل واسع أن هذه الطريقة تسهل نمذجة نمـو الشـقوق علـى افتراضـات ميكانيكية الكسور المرنة الخطية(LEFM). منذ تقديم هذه الطريقة قبل عقد تقريبـا ظهـرت امتدادات وتطبيقات في المعلومات العلمية بمساهمات كثيرة رئيسية في XFEM في السـنوات الأخيرة.

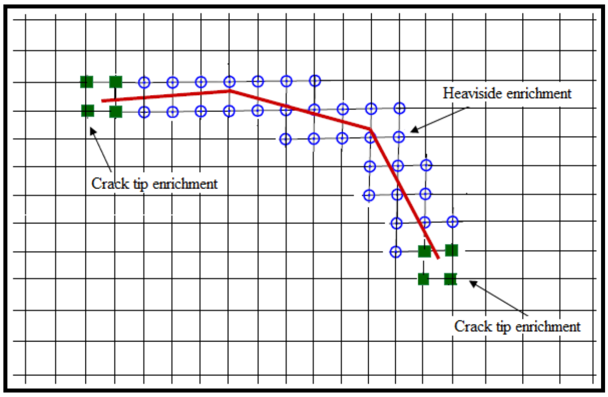
في طريقة العناصر المحدودة الممتدة وظائف إضافية يشار لها بوظائف التعزيز ممكن أن تضاف إلى التقريب الإزاحي على قدر أن يسمح قطع الوحدة ليحقق $\sum N_I(x) = 1$ حيث $N_I(x)$ يمثل وظائف شكل العناصر المحدودة. طريقة العناصر المحدودة الممتدة تستخدم وظائف التعزيز هذه كأداة لتقديم السلوك الغير ناعم (non-smooth behavior) لمتغيرات المجال، مثلا الإجهادات خلال التداخل بين مختلف المواد أو الإزاحة خلال الشقوق. بشكل عام وظائف التعزيز التي قدمت من خلال تقريب الإزاحة هي فقط وصفت لوصول رقم قليل من العناصر متناسب مع الحجم الكلى للمجال. درجات إضافية من الحرية قدمت في كل العناصر في المكان الموجود فيه القطع معتمدة على نوع الوظيفة المختار ومن المحتمل بعض العناصر المتعلقة قد عرفت كعناصر اتحاد.

مقارنة مع طريقة العناصر المحدودة المعيارية (standard finite element method) طريقة العناصر المحدودة الممتدة تقدم فوائد مهمة في النمذجة الرقمية في اتساع الشق. في المفهوم التقليدي لطريقة العناصر المحدودة فإن وجود شق ينمذج من خلال طلب أن الشق يتبع حواف العنصر. وبالعكس فإن هندسة الشقوق في طريقة العناصر المحدودة الممتدة لا تحتاج أن تدعم بحواف العناصر والتي تعطى مرونة وتنوع في النمذجة. الطريقة تعتمد على تعزيز نموذج العناصر المحدودة بدرجات إضافية من الحرية (DOFs) والتي مرتبطة مع النقاط المركزية للعناصر التي حددت للشقوق [14].

في هذا الاتجاه فإن عدم الاستمرارية موجود في النموذج الرقمي من غير تعديل الفصل لأن الشبكة وجدت من غير الأخذ بالاعتبار أن هناك شروخاً، لذلك فقط شبكة واحدة تحتاج لأى طول أو تحديد شق. بالإضافة إلى ذلك، النقاط الرئيسية حول نهايات الشقوق عززت بدرجات إضافية من الحرية (DOFs) مرتبطة مع الوظائف التي تنسخ مجالات LEFM غير الواضحة.

هذا يساعد في نمذجة عدم استمرارية الشقوق بعناصر نهايات الشق ويزيد بشكل رئيسي في دقة حساب معامل كثافة الإجهادات "stress intensity factors (SIFs)".

كما يظهر في الشكل (1) فإن النقاط المركزية الدائرية التي عليها دائـرة هـي نقـاط معززة بدرجتين إضافية من الحرية DOFs (مجموع أربع درجات حرية إضافية لكل نقطـة)، بينما النقاط التي حددت بمربع عززت بثمانية درجات إضافية من الحريـة (مجمـوع عشـرة درجات إضافية من الحرية لكل نقطة).



شكل 1: العقد المعززة مع هيفيسيدي ووظائف تعزيز نهايات الشق [14]

النقاط التي بها درجتان إضافية من الحرية (واحدة لكل اتجاه منسق) تمتلـك وظـائف شكلية التي تضرب في الدالة H(x) وظيفة لكل درجة عظمى للوحدة والتي إشـارتها تتغيـر خلال الشق ، ± 1 =H(x). بينما H(x) تكون موجبة فوق الشق وتكون سالبة تحت الشق. بهذه الحقيقة الوظيفة تقدم عدم الاستمرارية خلال أوجه الشق ونقاط المركزية التي بها ثمانية درجات إضافية للحرية تعزز في اتجاهين كارتيزيين بأربعة وظائف لنهاية الشق $F_\alpha(x)$. [14]

$$[F_\alpha(r,\theta), \alpha = 1-4] = \left[\sqrt{r}\sin\frac{\theta}{2}, \sqrt{r}\cos\frac{\theta}{2}, \sqrt{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\theta, \sqrt{r}\cos\frac{\theta}{2}\sin\theta\right] \qquad (1)$$

عندما يكون r, θ تمثلان التنسيقات القطبية المحلية والتي عرفت من خلال نهاية الشق.

الإزاحة التقريبية لنمذجة الشقوق في طريقة العناصر المحدودة الممتدة يمكن أن تكتب ; كما يلي:[14]

$$u_{xfem}(x) = \sum_{i\epsilon I} N_i(x)u_i + \sum_{i\epsilon j} N_i(x)H(x)a_i + \sum_{i\epsilon k}\left[N_i(x)\sum_{\alpha=1}^{4} F_\alpha(x)b_{i\alpha}\right] \qquad (2)$$

حيث I تمثل مجموع كل عناصر الارتباط في الشبكة، وأن $N_i(x)$ هي الوظيفة الشكلية لنقطة الارتباط، u_i هي الدرجة الإضافية للحرية المعيارية لنقطة الإرتباط i (u_i تمثل إزاحة نقطة الإرتباط لنقاط الارتباط الغير معززة)، j و k تتضمن نقاط الارتباط التي عززت بالدالة $H(x)$ Heaviside, أو وظائف نهاية الشق $F_\alpha(x)$ وبالتماثل فإن a_i, $b_{i\alpha}$ هي درجات الحرية الإضافية المماثلة. في حالة لا يوجد تعزيز فإن المعادلة أعلاه تبسط لتكون تقريب العناصر المحدودة التقليدي. [14]

$$u_{fe}(x) = P_i N_i(x)u_i \qquad (3)$$

الوظائف الإضافية تستخدم في تقريب الإزاحة وتسمى بصورة نمطية بوظائف الإغناء والتقريب تكتب على النحو التالي: [14]

$$u^h(x) = \sum_I N_I\,(x)\left[u_I + \sum_j v^j(x){a_I}^j\right] \qquad (4)$$

حيث u_I تمثل درجات الحرية للعناصر المحدودة التقليدية، $v(x)$ هو وظيفة تعزيز j^{th} و $_I$ لدرجة نقطة الارتباط و ${a_I}^j$ درجة تعزيز للحرية التي عرفت بالمعادلة (1) بصورة عامة لا تمتلك معنى فيزيائي بل من الممكن أن تعتبر كمقياس لوظائف التعزيزات التي أنتجت تقريب إزاحة صحيح.

المعادلة (4) لا تلبي خاصية الإضافة $u_I=u^h(x_I)$ بسبب درجات الحرية المعززة, بدلا من ذلك فإن الحسابات الإضافية مطلوبة لحساب الإزاحة الفيزيائيـــة باســـتخدام المعادلـــة (4) خاصية التناسب مهمة في تطبيق شروط الاتصال أو الحدود، لذلك توضع وســـيلة ذات خبـــرة لتعزيز شكل الدالة

$$\Upsilon_I^J(x) = \upsilon^J(x) - \upsilon_I^J(x) \qquad (5)$$

حيث $(\ \ )_I^J$ قيمة الدالة المعززة ب J^{th} عند نقاط I^{th} · كوسيلة لتعزيـــز الدالـــة الآن نأخذ القيم تساوى صفر لكل النقاط. حل نظام النتائج للمعادلات يحقـــق $u_I=u^h(x_I)$ ودرجـــات الحرية للتعزيز يمكن أن تستعمل كأعمال إضافية مثل التناسب ومرحلة ما بعد المعالجة. [14]

$$u^h(x) = \sum_I N_I(x)\left[u_I + \sum_j \Upsilon_I^J(x) a_I{}^j\right] \qquad (6)$$

محاكاة العناصر المحدودة باستخدام برنامج ABAQUS-CAE

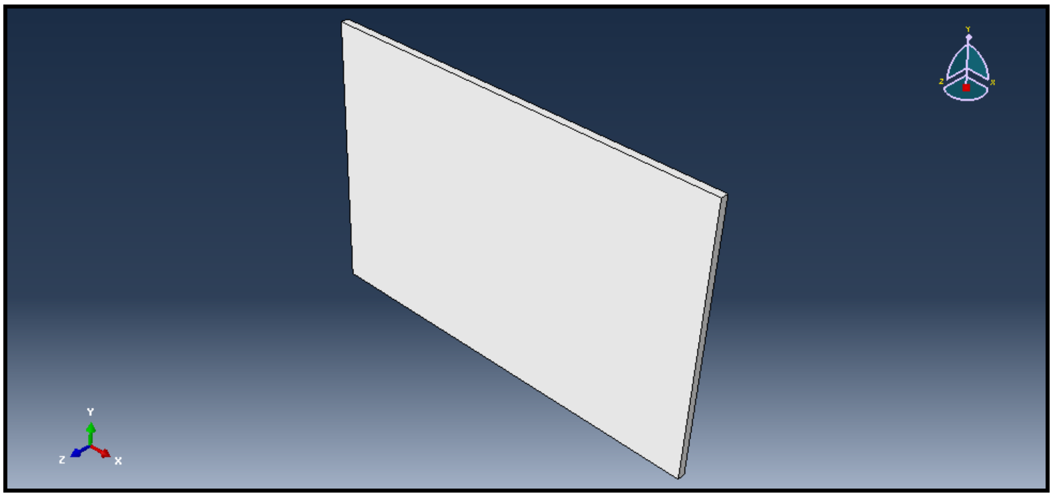
ABAQUS-CAE وهو مختصـــر ل (Complete ABAQUS Environment)، يوفر واجهة بسيطة متناسقة لخلق وتقديم ورصد وتقييم النتائج من محاكـــاة أبـــاكوس القياســـي ABAQUS/Standard و ABAQUS/Explicit. يقسم ABAQUS/CAE إلى وحـــدات حيث تعرف كل وحدة جانباً منطقياً لعملية النمذجة. على سبيل المثـــال تعريـــف الخصـــائص الهندسية للشكل، وخواص المواد، وكذلك عمل وتفعيل الشبكة (Meshing). باعتبار أن الحركة تنتقل من وحدة إلى وحدة أخـــرى فإنـــه مـــن الممكـــن بنـــاء أو تكـــوين النمـــوذج ببرنـــامج ABAQUS/CAE بإنشاء أو تفعيل ملف الإدخال الذي يقدم إلـــى ABAQUS/Standard أو ABAQUS/Explicit لتحليل النموذج. يؤدي هذا التحليل للنموذج إرســـال معلومـــات إلـــى ABAQUS/CAE للسماح برصد التقدم المحرز لهذا العمل، ويقوم ABAQUS/CAE بإنشاء قاعدة بيانات. لتحليل أي نموذج نحتاج إلى المعلومات التالية كحد أدنى:

- شبكة التمثيل الهندسي للنموذج Discretized geometry
- خواص مقطع العنصر Element section properties
- بيانات المادة Material data
- حالة التحميل والشروط الحدية للنموذج Loads and boundary conditions
- نوع التحليل Analysis type
- المخرجات المطلوبة Output requests

في هذا البحث أستخدم برنامج ABAQUSE/CAE 6.10 كأداة للحل وتـم مقارنـة النتائج المتحصل عليها بالحلول الدقيقة. من أهم مميزات هذا البرنامج هي المرونة في التنفيـذ والتعديل وتحليل النموذج والحصول على النتائج. وتعتبر أهم وظيفة لــABAQUSE/ CAE بأنه يسمح بإظهار الشروخ (التشققات) بتحديد أو بدون تحديد لبداية موقع الشق.

نموذج البلاطة Plate Simulation

في هذا البحث، تم محاكاة نموذج بلاطة ثلاثية الأبعاد كما هو موضح بالشكل (2).



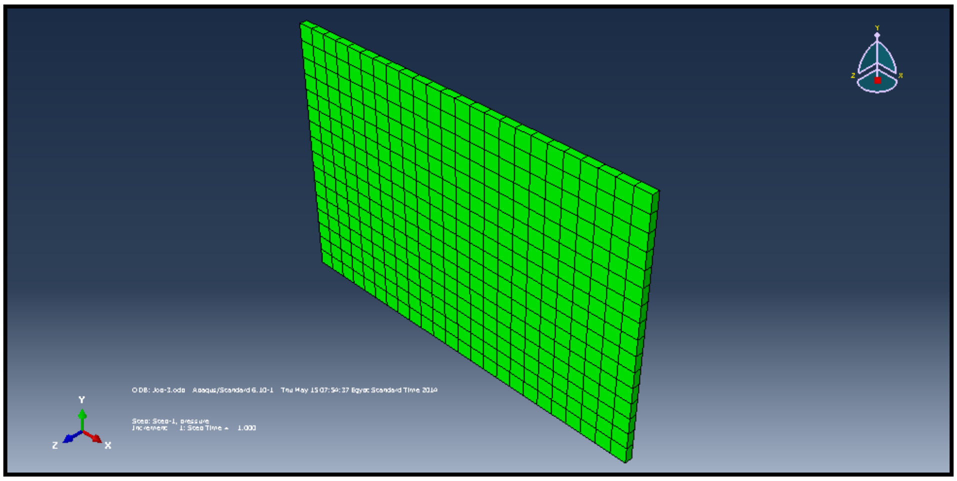
شكل 2: نموذج بلاطة ثلاثية الأبعاد (ABAQUS/CAE)

البلاطات التي تم دراستها تتكون من مادة مرنة موحدة الخواص(Isotropic) أو غير موحدة الخواص (Orthotropic)، سلوك المادة اختيــر ب "Maxps Damage" وخواصــها كانت حسب ما هو موضح بالجدول (1).

جدول 1: خواص البلاطات المستخدمة في هذه الدراسة

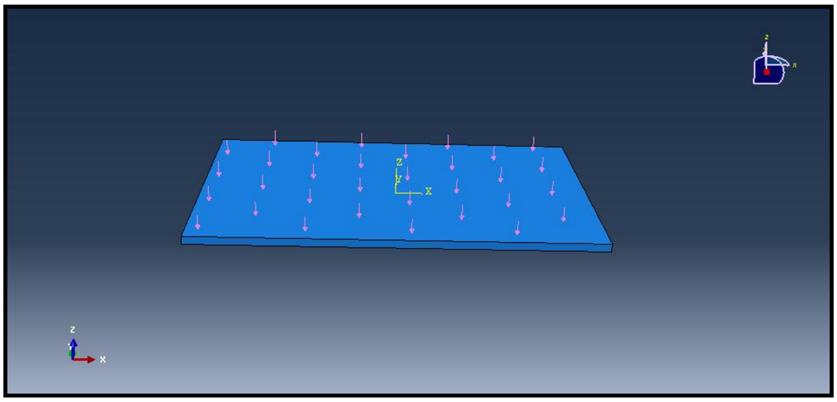
الخاصية	بلاطة موحدة الخواص	بلاطة غير موحدة الخواص	
معامل المرونة	18 GPa	E_x	18 GPa
		E_y	12 GPa
الحمل	10 KPa	10 KPa	
نسبة بواسون	0.25, 0.30, 0.35	ν_x	0.30
		ν_y	0.20
السمك	0.1, 0.12, 0.15 m	0.12 m	

تم عمل الشبكة للبلاطة حيث كان مجموع العناصر4096 عنصراً وتم إعتبــار شــكل العنصر (a quad-dominated structured) شكل (3).



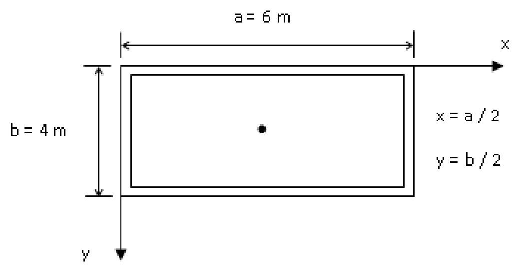
شكل 3: تصميم الشبكة لنموذج بلاطة ثلاثية الأبعاد (ABAQUS/CAE)

تم تحميل البلاطة بحمل على هيئة ضغط موزع بإنتظام على كامــل الســطح العلــوي للبلاطة كما بالشكل (4).

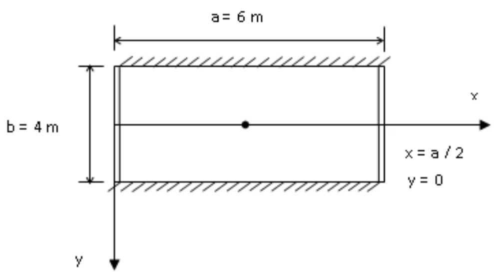


شكل 4: تحميل سطح البلاطة بحمل موزع بإنتظام (ABAQUS/CAE)

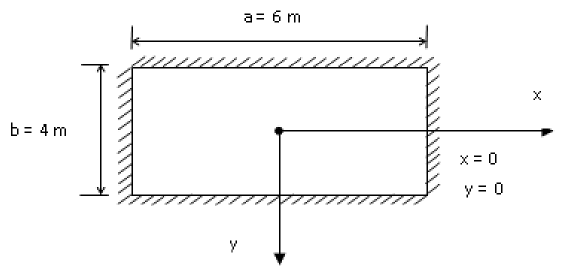
ثلاثة أنواع من الشروط الحدية تم إختيارها في هذه الدراسة وهي بلاطات مثبتة تثبيــت مفصلي لكامل البلاطة (Simply supported edges) شكل (5-أ)، بلاطــات مثبتــة تثبيــت مفصلي في الإتجاه القصير وتثبيت كامل في الأتجاه الطويل للبلاطة (Two edges simply supported and the other two clamped شكل(5-ب))، بلاطات مثبتة تثبيت كامل فــي جميع الجهات (All edges clamped) شكل (5-ج). النتائج المتحصل عليها مــن برنــامج (ABAQUS/CAE) تمت مقارنتها بالنتائج التحليلية.



أ) **بلاطة مثبتة تثبيت مفصلي في جميع الإتجاهات، (الحالة الأولى)**



ب) بلاطة مثبتة تثبيت مفصلي في الإتجاه القصير وتثبيــت كامل في الإتجاه الطويل، (الحالة الثانية)

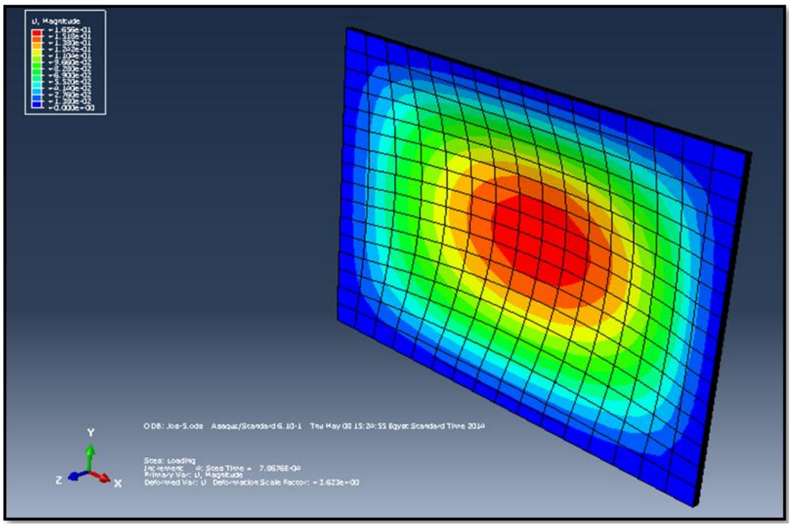


ج) بلاطة مثبتة تثبيت كامل في جميع الإتجاهات ، (الحالة الثالثة)

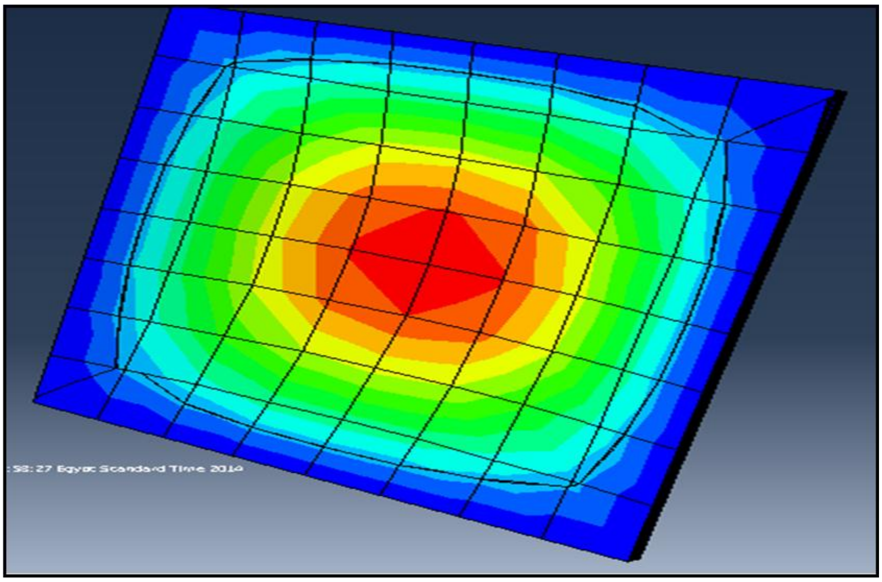
شكل 5: أنواع الشروط الحدية للبلاطات المستخدمة في هذه الدراسة النتائج والمناقشات

- **البلاطات الموحدة الخواص (Isotropic Plates)**

الشكل (6) يوضح الترخيم (deflection) في بلاطة مثبتة تثبيت مفصلي من جميع الإتجاهات (simply supported edges)، كما يوضح الشكل (7) نمو **إنتشار** التشققات (crack growth and propagation) لنفس البلاطة.



شكل 6: الترخيم في بلاطة مثبتة تثبيت مفصلي (ABAQUS/CAE)



شكل 7: إنتشار التشققات في بلاطة مثبتة تثبيت مفصلي (ABAQUS/CAE)

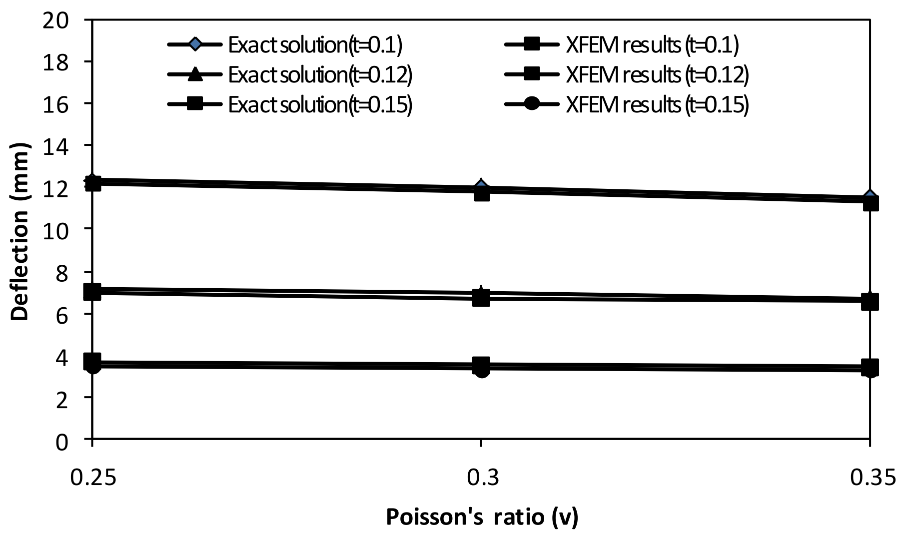
الجدول (2) يوضح قيم الترخيم (deflection) وعزوم الإنحناء في الإتجاهين x,y (M_x , M_y) عند منتصف البلاطات المثبتة تثبيت مفصلي في جميع الإتجاهات (simply supported edges) مع إختلاف نسبة بواسون (Poisson's ratio) وكذلك تغير في سمك البلاطة.

وفق ماهو موضح بالجدول (2) والأشكال (8،9،10)، نلاحظ ان عزوم الإنحناء في الأتجاهين y,x تزداد بزيادة نسبة بواسن بينما الترخيم يقل عند زيادة نسبة بواسن. الزيادة في سمك البلاطة لها تأثير كبير في الترخيم، حيث إن مقدار الترخيم يتناقص مع زيادة سمك البلاطة.

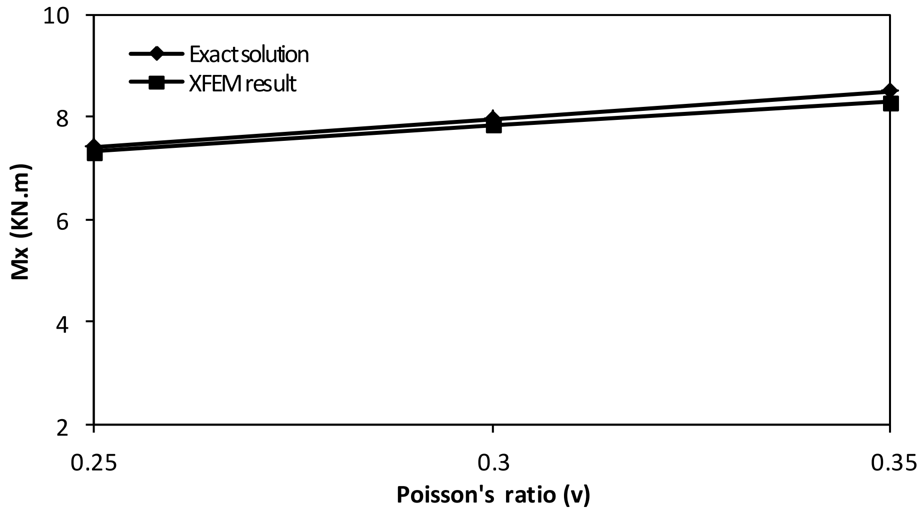
جدول 2: نتائج الترخيم وعزوم الإنحناء في الإتجاهين x,y عند منتصف البلاطات

السمك t (m)	نسبة بواسون ν	بلاطات مثبتة تثبيت مفصلي في جميع الإتجاهات					
		الترخيم Deflection (mm)		العزم في إتجاه Mx (KN.m) x−		العزم في إتجاه My (KN.m) y−	
		Exact[15,16]	Numerical*	Exact[15,16]	Numerical*	Exact[15,16]	Numerical*
0.10	0.25	12.35	12.22	7.43	7.33	12.12	11.04
	0.30	11.99	11.78	7.97	7.85	12.99	12.78
	0.35	11.56	11.29	8.51	8.29	13.86	13.57
0.12	0.25	7.15	6.97	7.43	7.33	12.12	11.05
	0.30	6.94	6.69	7.97	7.84	12.99	12.77
	0.35	6.69	6.58	8.51	8.29	13.86	13.57
0.15	0.25	3.66	3.48	7.43	7.33	12.12	11.04
	0.30	3.55	3.36	7.97	7.84	12.99	12.78
	0.35	3.43	3.27	8.51	8.29	13.86	13.57

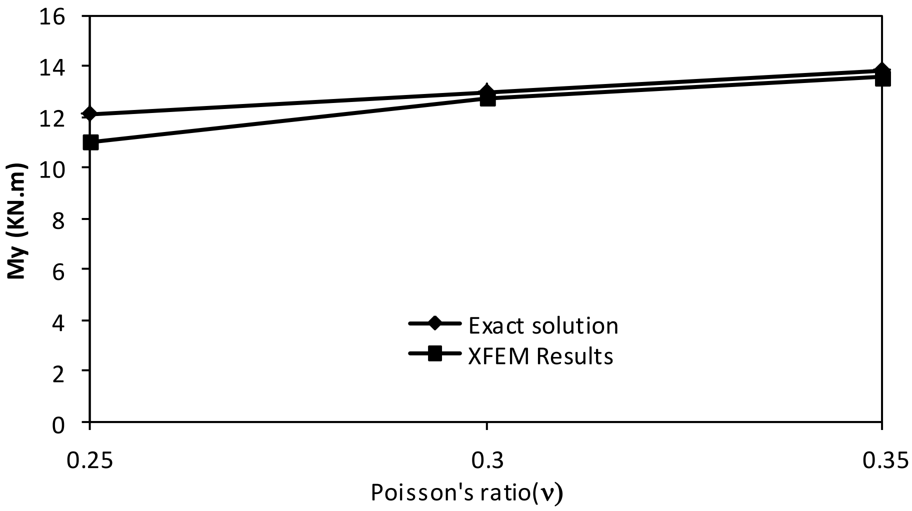
*النتائج بإستخدام ABAQUS-CAE



شكل 8: العلاقة بين الترخيم ونسبة بواسون (ν) مع تغيير في سمك البلاطة



شكل 9: العلاقة بين العزم في الإتجاه x (*Mx*) ونسبة بواسون (ν)



شكل 10: العلاقة بين العزم في الإتجاه y (*My*) ونسبة بواسون (ν)

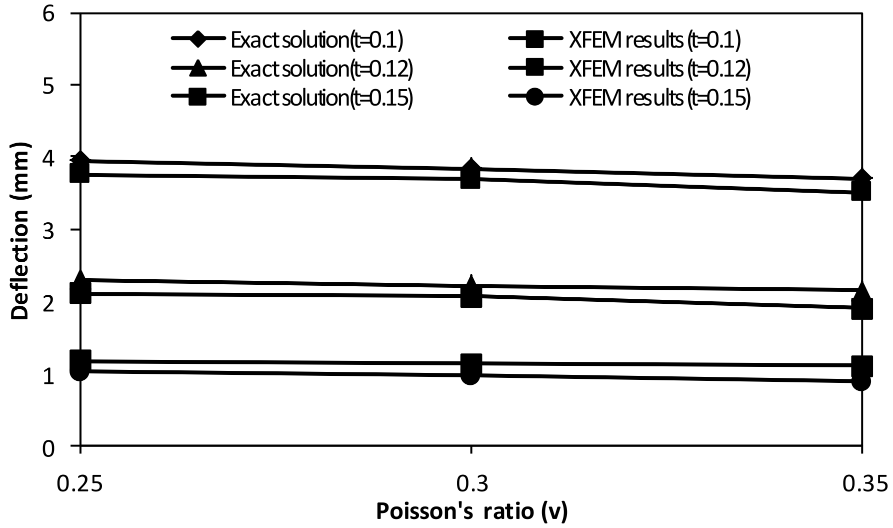
قيم الترخيم وعزوم الإنحناء في الإتجاهين x,y $(M_x,\ M_y)$ عند منتصف البلاطات المثبتة تثبيت مفصلي في الإتجاه القصير وتثبيت كامل في الإتجاه الطويل مع إختلاف نسبة بواسون وكذلك تغير في سمك البلاطة موضحة في الجدول (3).

كما هو موضح بالجدول (3) والأشكال (11،12،13) عندما تم تغيير الشروط الحدية للبلاطة بحيث صار الإتجاه الطويل للبلاطة مثبتة تثبيت كامل بينما الإتجاه القصير مثبتة تثبيت مفصلى فإن مقدار الترخيم عند منتصف البلاطة قل بنسبة حوالى 68% مقارنة بالحالة الأولى (تثبيت مفصلى كامل). قيمة عزم الإنحناء في الإتجاه x كانت حوالى 50% أقل منها في حالة التثبيت المفصلى الكامل للبلاطة. بينما لوحظ أن قيمة عزم الإنحناء في الإتجاه y كانت حوالي 63% أقل منها في حالة التثبيت المفصلى الكامل للبلاطة.

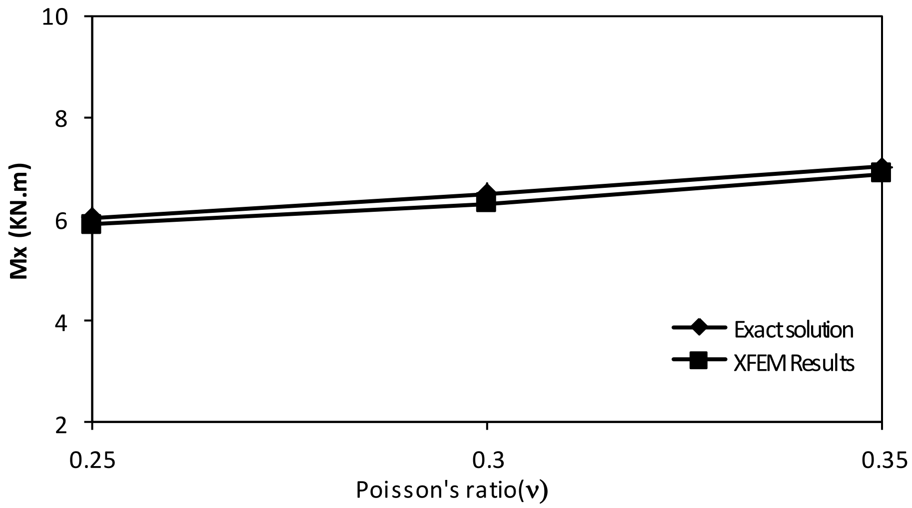
جدول 3: نتائج الترخيم وعزوم الإنحناء في الإتجاهين x,y عند منتصف البلاطات

السمك t (m)	نسبة بواسون v	بلاطة مثبتة تثبيت مفصلي في الإتجاه القصير وتثبيت كامل في الإتجاه الطويل					
		الترخيم Deflection (mm)		العزم في إتجاه-Mx x (KN.m)		العزم في إتجاه-My y (KN.m)	
		Exact[15,16]	Numerical*	Exact[15,16]	Numerical*	Exact[15,16]	Numerical*
0.10	0.25	3.95	3.76	6.03	5.88	2.69	2.48
	0.30	3.84	3.68	6.5	6.31	2.90	2.74
	0.35	3.70	3.51	7.03	6.89	3.20	2.98
0.12	0.25	2.29	2.11	6.03	5.88	2.69	2.48
	0.30	2.22	2.06	6.5	6.31	2.90	2.74
	0.35	2.14	1.89	7.03	6.89	3.20	2.98
0.15	0.25	1.17	1.01	6.03	5.88	2.69	2.48
	0.30	1.13	0.96	6.5	6.31	2.90	2.74
	0.35	1.10	0.88	7.03	6.89	3.20	2.98

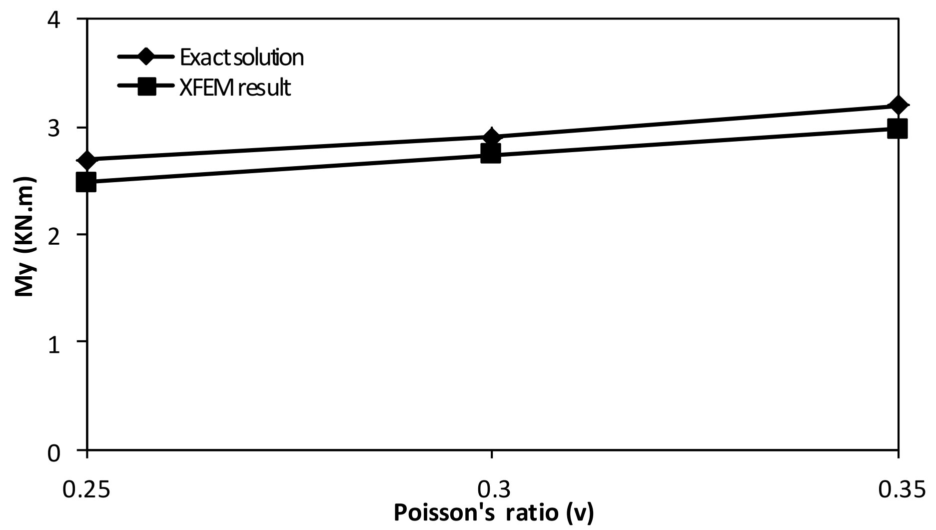
***النتائج بإستخدام ABAQUS-CAE**



شكل 11: العلاقة بين الترخيم ونسبة بواسون (v) مع تغيير في سمك البلاطة



شكل 12: العلاقة بين العزم في الإتجاه x (*Mx*) ونسبة بواسون (v)



شكل 13: العلاقة بين العزم في الإتجاه y (My) ونسبة بواسون (ν)

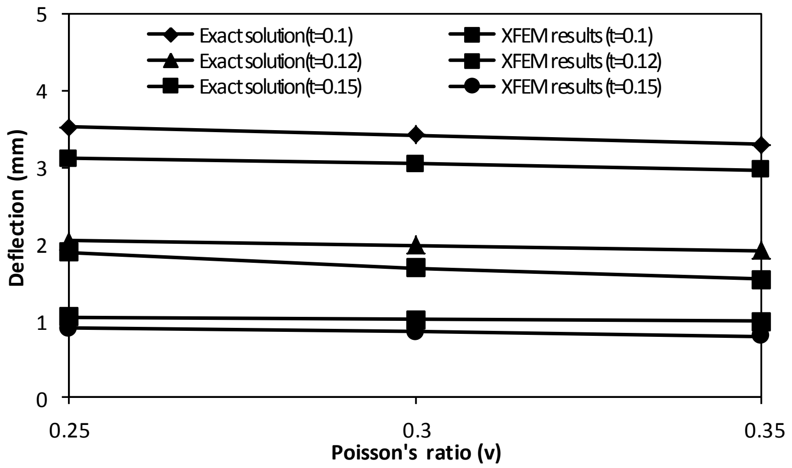
الجدول (4) والأشكال (14،15،16) تبين نتائج الترخيم وعزوم الإنحناء في الإتجاهين x,y (M_x, M_y) عند منتصف البلاطات المثبتة تثبيت كامل في جميع الإتجاهات مع إختلاف نسبة بواسون وتغير في سمك البلاطة ايضاً.

بتغير الشروط الحدية للبلاطة إلى بلاطة مثبتة تثبيت كامل من جميع الإتجاهات، لوحظ نقص كبير في قيم الترخيم والعزوم في الإتجاهين x,y عند منتصف البلاطة مقارنة بحالتي التثبيت المفصلي الكامل والجزئي حيث انخفضت قيمة الترخيم بنسبة حوالي 71% مقارنة بالحالة الأولى (تثبيت مفصلى كامل). قيمة عزم الإنحناء في الإتجاه x كانت حوالى 33% أقل منها في حالة التثبيت المفصلى الكامل للبلاطة. بينما لوحظ أن قيمة عزم الإنحناء في الإتجاه y كانت حوالي 75% إقل منها في حالة التثبيت المفصلى الكامل للبلاطة.

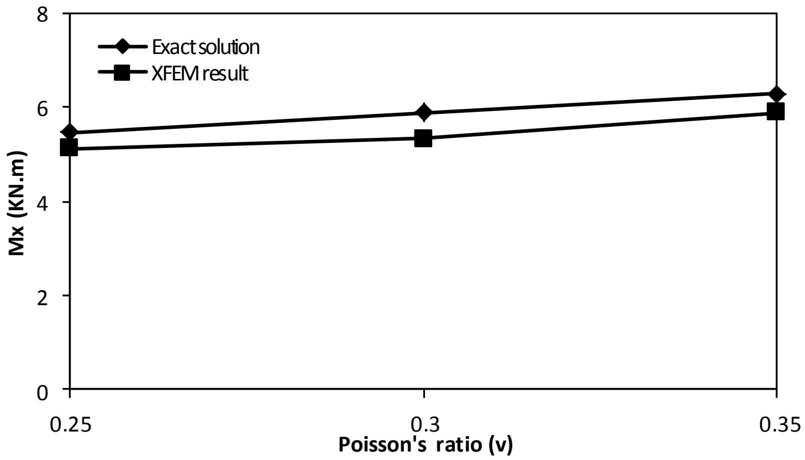
جدول 4: نتائج الترخيم وعزوم الإنحناء في الإتجاهين x,y عند منتصف البلاطات

السمك t (m)	نسبة بواسون v	بلاطة مثبتة تثبيت كامل في جميع الإتجاهات					
		Deflection الترخيم (mm)		العزمMx (KN.m) في إتجاه-x		العزمy My (KN.m) في إتجاه-	
		Exact[15,16]	Numerical*	Exact[15,16]	Numerical*	Exact[15,16]	Numerical*
0.10	0.25	3.52	3.11	5.47	5.13	2.98	2.65
	0.30	3.42	3.04	5.89	5.34	3.25	2.89
	0.35	3.29	2.96	6.30	5.89	3.49	3.08
0.12	0.25	2.04	1.89	5.47	5.13	2.98	2.65
	0.30	1.98	1.68	5.89	5.34	3.25	2.89
	0.35	1.91	1.53	6.30	5.89	3.49	3.08
0.15	0.25	1.04	0.89	5.47	5.13	2.98	2.65
	0.30	1.01	0.85	5.89	5.34	3.25	2.89
	0.35	0.98	0.79	6.30	5.89	3.49	3.08

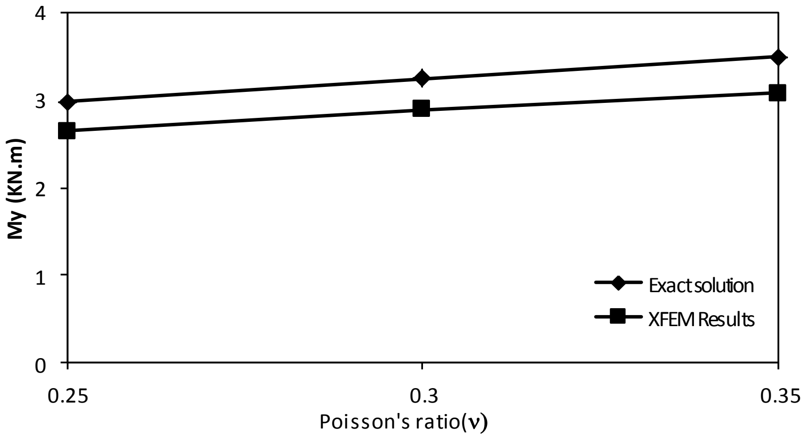
*النتائج بإستخدام ABAQUS-CAE



شكل 14: العلاقة بين الترخيم ونسبة بواسون (v) مع تغيير في سمك البلاطة



شكل 15: العلاقة بين العزم في الإتجاه x (*Mx*) ونسبة بواسون (ν)



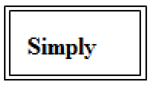
شكل 16: العلاقة بين العزم في الإتجاه y (*My*) ونسبة بواسون (ν)

- **البلاطات غير الموحدة الخواص (Orthotropic Plates)**

في هذه الورقة، تم دراسة البلاطات غير الموحدة الخواص لنفس الشروط الحدية الثلاث التي تم تطبيقها في البلاطات الموحدة الخواص. تم إستخدام حالة واحدة فقط لنسبة بواسون حيث كانت $\nu_x= 0.3$ و $\nu_y = 0.2$ والخواص الأخرى حسب ماهو موضح بالجدول (1).

بمقارنة نتائج الترخيم في البلاطات غير الموحدة الخواص لحـــالات الشـــروط الحديـــة الثلاثة (جدول 5) مع نتائج الترخيم للبلاطات الموحدة الخـــواص لـــنفس الشـــروط الحديـــة (الجداول 2،3،4) عندما كانت نسبة بواسون (ν_x = 0.3) نلاحظ بأن قيمة الترخيم فـــي حالـــة البلاطات غير الموحدة الخواص أكبر منها في حالة البلاطات الموحدة الخواص ويرجع ذلك لأن نسبة بواسون في الإتجاه y في حالة البلاطات الغير موحدة الخواص (ν_y = 0.2) أقل من النسبة المستخدمة في حالة البلاطات الموحدة الخواص (ν = 0.3).

جدول 5: نتائج الترخيم وعزوم الإنحناء في الإتجاهين x, y عند المنتصف لبلاطة غير موحدة الخواص

الشروط الحدية	بلاطة غير موحدة الخواص ν_x =(0.3, ν_y = 0.2 & t = 0.12 m)					
	الترخيم (mm)		العزم في إتجاه-x Mx (KN.m)		العزم في إتجاه-y My (KN.m)	
	Exact[15,16]	Numerical*	Exact[15,16]	Numerical*	Exact[15,16]	Numerical*
	9.0	8.35	8.9	8.52	11.3	10.63
	3.39	3.07	3.81	3.68	6.10	5.89
	2.80	2.59	3.40	3.27	5.20	4.79

*النتائج بإستخدام ABAQUS-CAE

الإستنتاجات

من النتائج التي تم الحصول عليها في هذا البحث تم الوصول إلى الإستنتاجات التالية:

- عزوم الإنحناء في الأتجاهين y,x تزداد بزيادة نسبة بواسن بينما الترخيم يقل عند زيادة نسبة بواسن.
- الزيادة في سمك البلاطة لها تأثير كبير في الترخيم حيث أن مقدار الترخيم يتناقص مع زيادة سمك البلاطة.
- التغيير في الشروط الحدية للبلاطة أظهر تأثيراً مهماً في نتائج الترخيم وكذلك نتائج العـــزوم في الإتجاهين x,y، فمثلاً عندما تم تغيير الشروط الحدية بحيث صار الإتجاه الطويل للبلاطة مثبت تثبيت كامل بينما الإتجاه القصير مثبت تثبيت مفصلى، فإن مقدار الترخيم عند منتصف البلاطة قل بنسبة حوالى68% مقارنة بالحالة الأولى (تثبيت مفصلى كامل).
- الحالة الثانية التي كان فيها الإتجاه الطويل للبلاطة مثبت تثبيتاً كاملاً بينما الإتجـــاه القصـــير مثبت تثبيت مفصلى فإن قيمة عزم الإنحناء في الإتجاه x كانت حوالى 50% أقـــل مقارنـــة بالحالة الأولى (التثبيت المفصلى الكامل للبلاطة).
- الشروط الحدية تلعب دور مهم في نتائج الترخيم وكذلك العزوم، حيت لوحظ بزيادة درجـــة التتبيث يقل الترخيم والعزوم.
- زيادة سمك البلاطة له تأثير عكسي على الترخيم (إيجابي).
- برنامج ABAQUS-CAE أثبت وبشكل كبير القدرة في نذمجة البلاطات ثلاثيـــة الأبعـــاد والدقة العالية في النتائج.

References:

[1] Matthew J. P., Nam-Ho Kim; and Timothy Davis “Reanalysis of the Extended Finite Element Method for Crack Initiation and Propagation” 2010 AIAA SDM Student Symposium.

[2] Belytschko T, Black T. “Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing” International Journal for Numerical Methods in Engineering 1990; 45(5):601– 620.

[3] Moës N., Dolbow J., & Belytschko T. “A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing,” International Journal for Numerical Methods in Engineering 1999; 46(1), 131–150.

[4] Dolbow J.E. “ An Extended Finite Element Method with Discontinuous Enrichment for Applied Mechanics” PhD thesis, Northwestern University, Evanston, Illinois, December 1999.

[5] Dolbow, J., Moës N., & Belytschko T. “Discontinuous Enrichment in Finite Elements witha Partition of Unity Method,” Finite Elements in Analysis and Design, 2000; 36(3–4), 235–260.

[6] Sukumar N., Moës N., Moran B. and Belytschko T. “Extended finite element method for three-dimensional crack modelling” nternational Journal for Numerical Methods in Engineering Volume 48, Issue 11, pages 1549–1570, 20 August 2000

[7] Daux, C., N. Mo¨es, J. Dolbow, N. Sukumar, & T. Belytschko “Arbitrary Branched and Intersecting Cracks with the Extended Finite Element Method,” International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000; 48(12), 1741–1760.

[8] Stolarska M., Chopp D.L., Moës N., and Belytschko T. “Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method” International Journal for Numerical Methods in Engineering Volume 51, Issue 8, pages 943–960, 20 July 2001.

[9] Belytschko T., Moës N., Usui S., and Parim C. “Arbitrary discontinuities in finite elements” International Journal for Numerical Methods in Engineering 2001.

[10] Sukumar N., Chopp D.L, Moës N., Belytschko T. “Modeling holes and inclusions by level sets in the extended finite-element method” Computer methods in applied mechanics and engineering 2001; 190 (46), 6183-6200.

[11] Moës N., Gravouil A., Belytschko T. “Non-planar 3D crack growth by the extended 5nite element and level sets”—Part I: Mechanical model. Int. J. Numer. Meth. Engng 2002; 53:2549–2568.

[12] Gravouil A., Moës N., Belytschko T. “Non-planar 3D crack growth by the extended 5nite element and level sets”—Part II: Level set update. Int. J. Numer. Meth. Engng 2002; 53:2569–2586

[13] Moës N., Sukumar N., Moran N., and Belytschko T., "An Extended Finite Element Method (X-FEM) for Two- and Three-Dimensional Crack Modeling," in ECCOMAS 2000, Barcelona, Spain, September 11–14, 2000.

[14] Giner E., Sukumar N., Tarancón J. E. and Fuenmayor F. J."An Abaqus Implementation of the Extended Finite Element Method," Engineering Fracture Mechanics, 2009; Vol. 76, Number 3, pp. 347–368.

[15] Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S., *Theory of plates and shells*, Second Edition, McGraw-Hill, 1981.

[16] Abu Mustafa, Z.H., Analysis of orthotropic plates using finite difference method, M.Sc. Thesis, El-Fateh university civil engineering department, Spring 2001.